

# 1

## REVIEW MATEMATIKA : ALAT PEMECAHAN SOAL

Bahan Kuliah  
Prinsip Teknik Pangan

Dosen :  
Prof. Dr. Purwiyatno Hariyadi

Departemen Ilmu & Teknologi Pangan  
Fakultas Teknologi Pertanian  
IPB  
BOGOR

Purwiyatno Hariyadi/hariyadi@seafast.org

## REVIEW MATEMATIKA : ALAT PEMECAHAN SOAL

### Tujuan Pembelajaran

- Mengetahui mampu melakukan operasi matematika tertentu serta aplikasi praktis beberapa operasi matematika
- Mahasiswa akan mengetahui dan memahami prinsip-prinsip matematika dan aplikasinya pada industri dan proses pengolahan pangan
- Mahasiswa akan mampu menyelesaikan persamaan matematika, menggambar dan membaca grafik, serta mengembangkan persamaan matematika dari persoalan nyata (kasus industri pangan)

Purwiyatno Hariyadi/hariyadi@seafast.org

## MATEMATIKA DAN INJINIRING

Pemecahan soal injinering memerlukan matematika!

1. Formulasi : ekspresikan soal dalam bahasa math  
.....> harus tahu ttg hukum<sup>2</sup> fisik dan injiniring
2. Pemecahan soal : gunakan operasi math yang tepat  
.....> harus tahu hukum<sup>2</sup> math
3. Interpretasi : pengembangan/penjelasan hubungan antara hasil matematika dan artinya secara fisik/nyata
4. Penyempurnaan : .....> ulangi tahap 1, 2 dan 3.

Purwiyatno Hariyadi/hariyadi@seafast.org

## Persamaan Aljabar

- Persamaan : Pernyataan (matematika) yang menunjukkan adanya kesamaan (*equality*) antara satu atau lebih ekspresi matematika
- Melibatkan variabel dan konstanta
- Contoh :

$$y = ax + b;$$

persamaan garis lurus

The diagram shows the equation  $y = ax + b$  with arrows pointing to the variables. The word 'variabel' is written below the 'y' with an arrow pointing to it. The word 'konstanta' is written above the 'b' with an arrow pointing to it.

Purwiyatno Hariyadi/hariyadi@seafast.org

## Variabel ..... ?!

•  $y = 3x - 7$  ..... Pers. 1

jika  $x = 1$  .....  $y = 3 - 7 = -4$

jika  $x = 3$  .....  $y = 9 - 7 = 2$

jadi, nilai  $y$  tergantung pada nilai  $x$  .....  $y =$  variabel dependen  
 $x =$  variabel independen

• Pers.1 dapat ditulis dalam bentuk lain :  $x = (1/3)y + (7/3)$  ... Pers. 2

jika  $y = -4$  .....  $x = (1/3)(-4) + (7/3) = 1$

jika  $y = 2$  .....  $x = (1/3)(2) + (7/3) = 3$

Jadi, nilai  $x$  tergantung pada nilai  $y$  .....  $x =$  variabel dependen  
 $y =$  variabel independen

### UMUM :

1. variabel di sisi kiri persamaan : variabel dependen  
variabel di sisi kanan persamaan : variabel independen
2. Waktu ( $t$ ) hampir selalu dianggap sebagai variabel independen

Purwiyatno Hariyadi/hariyadi@seafast.org

## Konstanta ?!

- nilai tidak berubah
- beberapa konstanta :

$g$  : percepatan gravitasi ( $9.8 \text{ ms}^{-2}$ )

$N_A$  : bilangan Avogadro ( $6.02205 \times 10^{23} \text{ atom/mol}$ )

$\Pi$  : pi ( $3.14159$ )

$R$  : konstanta gas ( $8.314 \text{ Nm.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$ )

$k$  : Konstanta Boltzmann ( $1,38066 \times 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$ )

$c_o$  : kecepatan cahaya di vacuum ( $299792,5 \times 10^3 \text{ m.s}^{-1}$ )

$h$  : konstanta Planck ( $6,6256 \times 10^{-34} \text{ J.s}$ )

Purwiyatno Hariyadi/hariyadi@seafast.org

## Fungsi

- Persamaan Aljabar yang menjelaskan hubungan antara variabel independen dan satu atau lebih konstanta disebut Fungsi
- $y = f(x)$  .....> dibaca :  
y merupakan fungsi (independen variabel) x
- $y=f(x)$  dimana  $f(x) = 2ax + 3b$  ..... Pers. 3
- $y = 2ax + 3b$  ..... Pers. 4
- Pers. 3 dan pers. 4 adalah identik.

Purwiyatno Hariyadi/hariyadi@seafast.org

## Contoh.

$$V(t) = (g/2)t + V_0$$

Persamaan ini menyatakan suatu fungsi hubungan antara kecepatan pada waktu tertentu ( $V_t$ ), kecepatan awal ( $V_0$ ), percepatan gravitasi ( $g$ ), dan waktu ( $t$ ).

Konstanta? .....  $g, V_0$

Variabel? .....  $t, V(t)$

Mana variable independen? .....  $t$

Mana variabel dependen? .....  $V(t)$

Apakah kecepatan ( $V$ ) merupakan fungsi suatu variabel? .....  $ya, t$

Purwiyatno Hariyadi/hariyadi@seafast.org

⋮

### Prinsip Manipulasi Persamaan Aljabar/Fungsi

- Kedua sisi persamaan = ekivalen!
- Prinsip Manipulasi : Lakukan operasi aritmatika di kedua sisi persamaan!
- penambahan atau pengurangan suatu angka atau variable .....> lakukan pada kedua sisi persamaan :  
 $y = ax + b;$                        $y + b = ax + b + b$   
 $y = ax + b;$                        $y - y = ax + b - y$
- Pengkalian .....> lakukan pada kedua sisi persamaan :  
 $k y = k a x + k b$
- Pembagian .....> lakukan pd kedua sisi pers :  
 $y/a = x + b/a$

Purwiyatno Hariyadi/hariyadi@seafast.org

⋮

### Exponents : Prinsip Manipulasi Persamaan Aljabar/Fungsi

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

Purwiyatno Hariyadi/hariyadi@seafast.org

## Logaritma :Prinsip Manipulasi Persamaan Aljabar/Fungsi

- $\text{Log}_b x = c$  .....> maka  $b^c = X$
- $10^2 = 100$  .....> jadi :  $\text{log}_{10} (100) = 2$
- Jika  $\text{log}_{10} (10) = 1$ , .....> maka  $10^1 = 10$
- Jika  $\text{log}_{10} (3.162) = 0.5$ , .....> maka  $10^{0.5} = 3.162$
- **Log X** .....> **berarti  $\text{log}_{10} X$**
- **Ln X** .....> **berarti  $\text{log}_e X$**   
**e = 2.718**

..... tentang logaritma lagi :

$$\text{log } XY = \text{log } X + \text{log } Y$$

$$\text{log } X^n = n \text{log } X$$

$$\text{log } \frac{X}{Y} = \text{log } X - \text{log } Y$$

Purwiyatno Hariyadi/hariyadi@seafast.org

$$PV = nRT$$

## Contoh

P = tekanan (Pa) [=](N.m<sup>-2</sup>)

V = volume (m<sup>3</sup>)

n = jumlah mol gas (mol)

R = konstanta gas (8.314 Nm.mol<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>)

T = suhu mutlak (K)

Variabel?

P, V, n dan T

Isolasi variabel T dari lainnya (gunakan prinsip manipulasi) :

$$PV (1/n) = nRT (1/n)$$

$$PV/n = RT$$

lalu :

$$PV/n (1/R) = RT (1/R)$$

jadi :

$$PV/nR = T$$

Jika diketahui nilai-nilai P, V dan n, maka dapat dihitung nilai T

Purwiyatno Hariyadi/hariyadi@seafast.org

⋮  
Hitung suhu gas ideal jika diketahui :

**Contoh**

$$P = 200 \text{ Pa}; n = 2 \text{ mol}, V = 30 \text{ m}^3$$

dari persamaan terdahulu  $PV/nR = T$ , maka :

$$[(200 \text{ Pa})(30 \text{ m}^3)]/[(2 \text{ mol})(8.314 \text{ Nm.mol}^{-1}\text{K}^{-1})] = 360.83 \text{ K}$$

$$\text{jadi } T = 360.83 \text{ K}$$

---

**Contoh Lagi :**

$$y = x^2 - 5$$

$$x = ?$$

Jawab :  $y + 5 = x^2$   
 $x = (y + 5)^{1/2}$

Purwiyatno Hariyadi/hariyadi@seafast.org

⋮  
**Persamaan Linier : Umum**

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2$$

.

.

.

$$a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = b_n$$

Purwiyatno Hariyadi/hariyadi@seafast.org

**contoh :** cari nilai  $x_1, x_2, x_3$

$$3x_1 + 4x_2 - 5x_3 = -2$$

$$9x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 1$$

$$-6x_1 + 3x_2 - x_3 = 3$$

..... x 2

$$6x_1 + 8x_2 - 10x_3 = -4$$

$$-6x_1 + 3x_2 - x_3 = 3$$

$$11x_2 - 11x_3 = -1 \quad \text{..... (1)}$$

lakukan dengan cara eliminasi variabel, dengan prinsip<sup>2</sup> manipulasi pers aljabar!

+ 3

$$9x_1 + 12x_2 - 15x_3 = -6$$

$$9x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 1$$

pers (1) dan (2) dapat diselesaikan sbb:  $14x_2 - 18x_3 = -7 \quad \text{..... (2)}$

$$11x_2 - 11x_3 = -1 \quad \text{..... x 14/11}$$

$$14x_2 - 18x_3 = -7$$

$$14x_2 - 14x_3 = -14/11$$

$$14x_2 - 18x_3 = -7$$

$$4x_3 = 63/11 \quad \text{..... } x_3 = 63/44$$

....dengan cara yang sama.  $x_1$  dan  $x_2$  dapat dipecahkan!.... Lanjutkan!

Purwiyatno Hariyadi/hariyadi@seafast.org

## Persamaan kuadrat

Salah satu variabelnya dalam bentuk :

$$ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$$

..... Pers ini memberikan 2 nilai  $x$  ( $x_1$  dan  $x_2$ ) =

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Jika  $b^2 - 4ac > 0$  .....>  $x_1 \neq x_2$ , bil riil

$b^2 - 4ac = 0$  .....>  $x_1 = x_2$ , bil riil

$b^2 - 4ac < 0$  .....>  $x_1 \neq x_2$ , bil kompleks

Purwiyatno Hariyadi/hariyadi@seafast.org



⋮  
⋮  
**Contoh :**

Pecahkan pers. berikut :

$$x^2 + 5xy - y^2 - 15 = 0$$

$$x + 2y = 10$$

....

....

.....> kerjakan.

.....kunci :  $y = \frac{5 \pm 2\sqrt{155}}{7}$

Purwiyatno Hariyadi/hariyadi@seafast.org

⋮  
⋮  
**Persamaan/Fungsi Linier dan non-linier**

Bentuk umum persamaan linier/garis lurus adalah :

$$y = ax + b$$

y = variable dependen

x = variable independen

a = konstanta (slope/tangen garis lurus)

b = konstanta (nilai y jika x=0)

**Catatan :**

- Sering pers linier tdk eksplisit dalam bentuk umum :  
.....> perlu diatur supaya dalam bentuk tsb
- Bentuk linier adalah bentuk pers paling sederhana  
.....> mudah interpretasinya!
- Pers yang tidak dalam bentuk tsb .....> pers non-linier

Purwiyatno Hariyadi/hariyadi@seafast.org

## Persamaan/Fungsi Linier dan non-linier

Bentuk pers linier :  $y = ax + b$

.....> formula titik-kemiringan (*point-slope formula*)

Jika data linier, prinsip ini dapat digunakan sbb :

1. Pilih dua titik (P1 dan P2) pada garis lurus

2. Kemiringan  $a$  dapat ditentukan :

$$a = [y_1 - y_2] / [x_1 - x_2]$$

dimana

$$P1 = (x_1, y_1) \text{ dan } P2 = (x_2, y_2)$$

3. Titik potong (*intercept*) pada sumbu-y; yaitu  $b$  adalah :

$$y - y_1 = a (x - x_1)$$

atau

$$y = ax + (y_1 - ax_1)$$

jadi

$$b = (y_1 - ax_1)$$

Purwiyatno Hariyadi/hariyadi@seafast.org

## Grafik & Sistem Koordinat

• Koordinat Umum (*cartesian*)

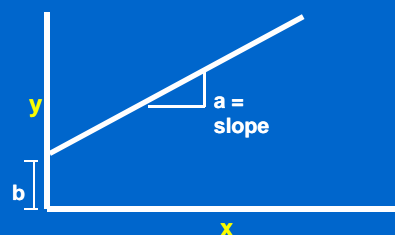
– Sumbu tegak (*vertical*) dan horizontal

– kedua sumbu bisa merupakan cerminan variabel-variabel

Contoh persamaan garis lurus :

$$y = ax + b;$$

Diagram showing the equation  $y = ax + b$  with arrows pointing to  $y$  labeled "variabel" and  $b$  labeled "konstanta".

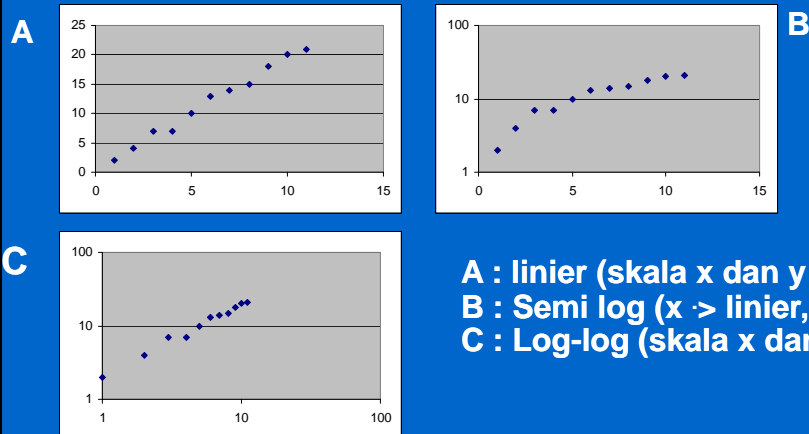


Purwiyatno Hariyadi/hariyadi@seafast.org

## Grafik & Sistem Koordinat

- Koordinat Umum (*cartesian*)

- kedua sumbu bisa mempunyai skala yang sama
- kedua sumbu bisa mempunyai skala yang berbeda
- contoh<sup>2</sup> :



Purwiyatno Hariyadi/hariyadi@seafast.org

### Contoh.

Suatu indeks pertumbuhan mikroorganisme, dinyatakan sebagai waktu generasi (g).

Pada phase log, m.o. tumbuh mengikuti model berikut :

$$N = N_0[2]^{t/g} \text{ ..... (pers. 1)}$$

Perhatikan data berikut :

Jumlah (N)	waktu pertumbuhan (menit)
980	0
1700	10
4000	30
6200	40

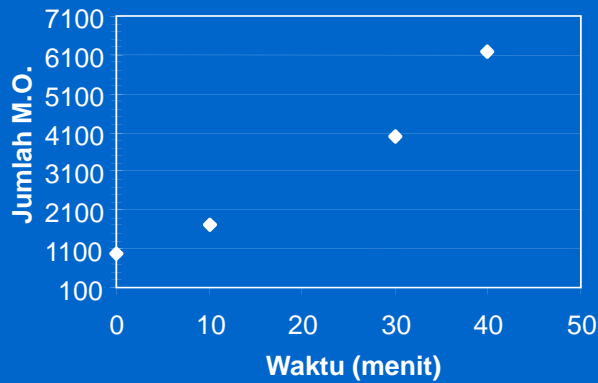
Tentukan waktu generasi (g) m.o. tsb!

Purwiyatno Hariyadi/hariyadi@seafast.org

**Jawab :...1**

Jika data tsb diplot pada grafik linier-linier, akan diperoleh grafik sbb:

**Petumbuhan Mirkoorganisme**



Purwiyatno Hariyadi/hariyadi@seafast.org

**Jawab :...2**

Diketahui :  $N = N_0[2]^{t/g}$  ..... (pers. 1)

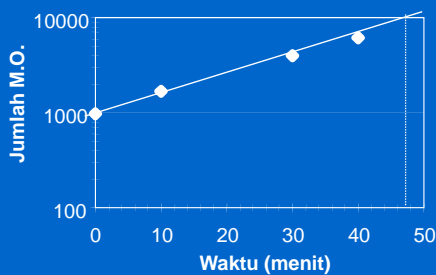
Bentuk log dari pers (1) adalah :

$$\log N = \log N_0 + (t/g) \log 2$$

$$\log N = \log N_0 + (\log 2)/g t$$

artinya : plot antara log N dan t (atau plot N dan t pada kertas semilog) akan menghasilkan garis lurus dgn slope =  $(\log 2)/g = 0.301/g$

**Petumbuhan Mirkoorganisme**



**Kemiringan :**  
$$\frac{\log 10000 - \log 1000}{48.7 - 0}$$

$$= \frac{4-3}{48.7}$$

$$= \frac{1}{48.7}$$

Berdasarkan model :  
kemiringan =  $0.301/g = 1/48.7$   
 $g = 14.66$  menit!

Purwiyatno Hariyadi/hariyadi@seafast.org

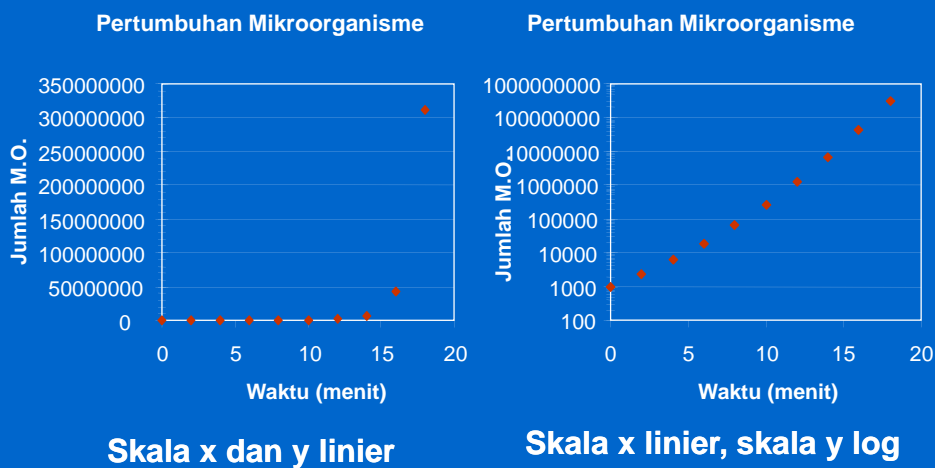
⋮  
**Contoh Soal ..... Lagi!**

Waktu (menit)	Jumlah m.o
0	980
2	2261
4	6017
6	18474
8	65428
10	267305
12	1259765
14	6848792
16	42951716
18	310734257

Jika pertumbuhan m.o. tsb mengikuti model  $N = N_0[2]^{t/g}$   
tentukan waktu generasinya!

Purwiyatno Hariyadi/hariyadi@seafast.org

⋮  
**Bandingkan !**



Purwiyatno Hariyadi/hariyadi@seafast.org

## Catatan ttg pembuatan grafik

- Grafik harus secara jelas menyajikan informasi yang dimaksudkan
- Nilai X dan Y yang tepat harus diperlihatkan pada kedua sumbu
- Garis-garis pada grafik harus jelas diidentifikasi
- Simbol-simbol (*legend*) yang berbeda dapat digunakan untuk menunjukkan data-data yang berbeda
- Judul grafik : jelas dan akurat

Purwiyatno Hariyadi/hariyadi@seafast.org

## Linierisasi.....?!

- Sering persamaan non-linier dapat dibuat linier  
.....> menjadi pseudo-linier

Contoh :

- Apakah persamaan  $y = x^2 - 3$  merupakan pers linier?
- Jika tidak, dapatkan dibuat dalam bentuk linier?

Jawab :

- Pers  $y = x^2 - 3$  adalah non-linier (dalam variable  $x$ )
- Tetapi dapat dibuat linier jika digunakan variabel baru; yaitu  $u=x^2$ ,  
maka persamaan tsb menjadi :  
.....>  $y = u - 3$

Purwiyatno Hariyadi/hariyadi@seafast.org

### Contoh

Persamaan berikut sering digunakan untuk menjelaskan tingkah laku viskositas fluida Herschel-Bulkley :

$$\tau = \tau_0 + K\gamma^n \quad \text{..... Pers. 5}$$

dimana

$\tau$  : gaya geser (*shear stress*), (Pa), (Nm<sup>-2</sup>)

$\tau_0$  : gaya geser awal (*yield stress*), (Pa)

$n$  : indeks tingkah laku aliran, tak bersatuan

$K$  : indeks konsistensi (s<sup>n</sup>)

$\gamma$  : laju geser (*shear rate*), (s<sup>-1</sup>)

Apakah pers.5 tsb linier thd sumbu  $\tau$ ? ..... **Tidak**

Jika tidak, dapatkah dibuat supaya linier?? ..... **ya...**

**Yaitu dengan cara substitusi variable; variable  $u = \gamma^n$   
maka akan diperoleh persamaan linier :  $\tau = \tau_0 + Ku$**

Purwiyatno Hariyadi/hariyadi@seafast.org

### Pekerjaan Rumah ..... Kerjakan!

Berikut adalah data hasil pengukuran yang menjelaskan hubungan antara gaya geser dan laju geser fluida suatu ( $\tau = \tau_0 + K\gamma$ ):

gaya geser ( $\tau$ )[=] Pa	laju geser ( $\gamma$ )[=]s <sup>-1</sup>
15	0
25	2
33	4
44	6
56	8
65	10

Tentukan model matematika ( $\tau = \tau_0 + K\gamma$ ) yang cocok menggambarkan fluida tsb!

.....**jawab :  $\tau = 14 \text{ Pa} + (5 \text{ Pas})\gamma$**

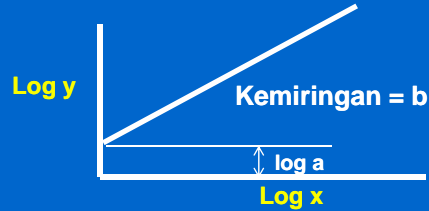
Purwiyatno Hariyadi/hariyadi@seafast.org

## Metoda linierisasi yang umum ditemukan .....1

$$y = ax^b$$

.....>

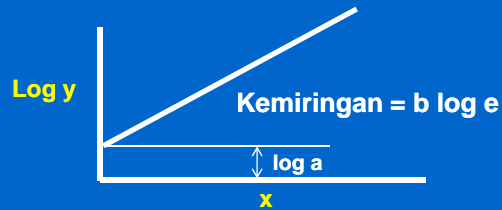
$$\log y = \log a + b \log x$$



$$y = ae^{bx}$$

.....>

$$\log y = \log a + b \log e x$$



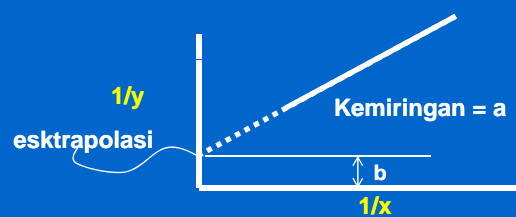
Purwiyatno Hariyadi/hariyadi@seafast.org

## Metoda linierisasi yang umum ditemukan .....2

$$y = \frac{x}{a + bx}$$

.....>

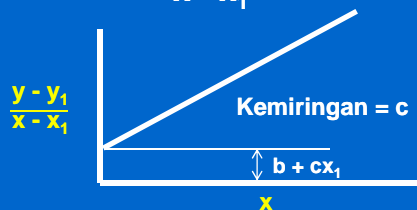
$$1/y = b + a/x$$



$$y = a + bx + cx^2$$

.....>

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = b + cx_1 + cx$$



Purwiyatno Hariyadi/hariyadi@seafast.org



## Metoda linierisasi yang umum ditemukan .....3

(kerjakan..... PR)

$$y = \frac{x}{a + bx} + c$$

$$y = ae^{bx+cx^2}$$

$$y = 1 - e^{-bx}$$

$$y = a + \frac{b}{x}$$

$$y = a + b\sqrt{x}$$

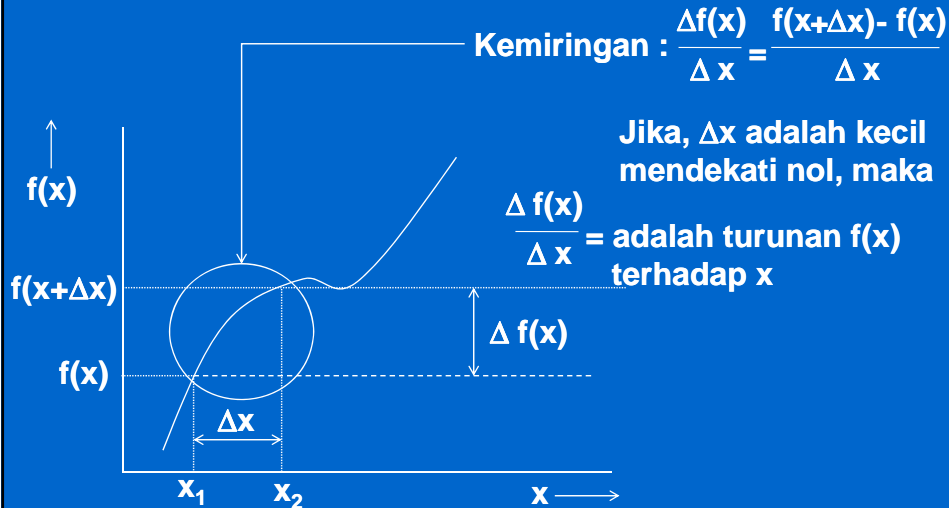
Purwiyatno Hariyadi/hariyadi@seafast.org

## Berbagai kondisi pers garis lurus :

Kondisi		persamaan garis lurus :
1. Sejajar sumbu-x	.....>	$y = \text{konstan}$
2. Sejajar sumbu-y	.....>	$x = \text{konstan}$
3. Melalui titik $(x_1, y_1)$ kemiringan m	.....>	$y - y_1 = m(x - x_1)$
4. Titik potong sb-y $(0, b)$ kemiringan m	.....>	$y = mx + b$
5. Titik potong sb-x $(a, 0)$ kemiringan m	.....>	$y = m(x - a)$
6. Melalui 2 titik $(x_1, y_1)$ dan $(x_2, y_2)$	.....>	$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$
7. Melalui 2 titik (sb-x dan sb-y) $(a, 0)$ dan $(0, b)$	.....>	$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

Purwiyatno Hariyadi/hariyadi@seafast.org

## Kalkulus : Diferensial



Purwiyatno Hariyadi/hariyadi@seafast.org

## Kalkulus : Diferensial

$$\frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \text{adalah turunan } f(x) \text{ terhadap } x$$

$$\text{Limit} = \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \frac{df(x)}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Jika  $f(x) = x^2$

maka

$$\begin{aligned} \frac{df(x)}{dx} &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(x + \Delta x)^2 - (x)^2}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{[x^2 + 2x\Delta x + (\Delta x)^2] - (x)^2}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} [2x + \Delta x] = 2x, \text{ jika } \Delta x = 0 \end{aligned}$$

Jadi, turunan  $f(x) = x^2 \rightarrow \frac{df(x)}{dx} = 2x$   
atau  $df(x) = 2x dx$

Purwiyatno Hariyadi/hariyadi@seafast.org

## Rumus Diferensiasi

Umum	$\frac{d(x^n)}{dx} = nx^{n-1}$
Konstanta	$d(a) = 0$
Penjumlahan	$d[f(x) + g(x)] = df(x) + dg(x)$
Pengkalian	$d[f(x)g(x)] = f(x) dg(x) + g(x) df(x)$
Pembagian	$d[f(x)/g(x)] = \{g(x) df(x) - f(x) dg(x)\} / [g(x)]^2$
Fungsi pangkat	$d[f(x)]^n = n[f(x)]^{n-1}df(x)$
Fungsi eksponensial	$d(a)^{f(x)} = (a)^{f(x)} [df(x)] \ln a$
Fungsi logaritma	$d \ln [f(x)] = df(x)/f(x)$ $d \log [f(x)] = df(x)/\{f(x)(\ln 10)\}$

Purwiyatno Hariyadi/hariyadi@seafast.org

## Maksimum dan Minimum Fungsi.....1

Diketahui fungsi sbb :  $y = \frac{2x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 6x$

$$dy/dx = 2x^2 + x - 6$$

Minimum/maksimum terdapat pada kondisi  $dy/dx = 0$   
jadi,

$$2x^2 + x - 6 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4(2)(-6)}}{4} \quad \dots \rightarrow x_1 = -2 ; x_2 = 1.5$$

Mana maksimum?

Mana minimum? .....> perlu dicari turunan kedua

Purwiyatno Hariyadi/hariyadi@seafast.org

## Maksimum dan Minimum Fungsi .....2

$$y = \frac{2x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 6x$$
$$dy/dx = 2x^2 + x - 6$$
$$d^2y/dx^2 = 4x + 1$$

untuk  $x_1 = -2$ , maka  $d^2y/dx^2 = 4(-2) + 1 = -7$

.....> titik dimana  $x_1 = -2$  merupakan titik maksimum;

yaitu pada :

$$y = \frac{2(-2)^3}{3} + \frac{(-2)^2}{2} - 6(-2) = 8.667$$

untuk  $x_2 = 1.5$ , maka  $d^2y/dx^2 = 4(1.5) + 1 = 7$

.....> titik dimana  $x_2 = 1.5$  merupakan titik minimum;

yaitu pada :

$$y = \frac{2(1.5)^3}{3} + \frac{(1.5)^2}{2} - 6(1.5) = -5.625$$

Purwiyatno Hariyadi/hariyadi@seafast.org

## INTEGRAL : anti derivative

$$dy/dx = 5 \quad \text{.....> } y = 5x + C$$
$$dy/dx = 4x \quad \text{.....> } y = 2x^2 + C$$
$$dy/dx = 2x - 1 \quad \text{.....> } y = x^2 - x + C$$

$\int u dx$  : menunjukkan integral fungsi  $u(x)$  terhadap  $x$

$$\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + C$$

$$\int cf(x) dx = c \int f(x) dx$$

$$\int (du + dv) = \int du + \int dv$$

$$\int \frac{du}{u} = \ln u + C$$

$$\int e^{au} du = \frac{1}{a} e^{au} + C$$

Purwiyatno Hariyadi/hariyadi@seafast.org

Contoh :

Pecahkan persamaan berikut :  $dy/dx = 3x^2 - 4x + 5$

jawab :

kalikan kedua sisi dgn dx

$$dy = (3x^2 - 4x + 5)dx$$

Integralkan kedua sisi persamaan tsb :

$$\int dy = \int (3x^2 - 4x + 5)dx$$

$$y = 3\int x^2 dx - 4\int x dx + 5\int dx$$

$$y = \frac{3}{3}x^{2+1} + \frac{4}{2}x^{1+1} + 5x + C$$

$$y = x^3 + 2x^2 + 5x + C$$

Purwiyatno Hariyadi/hariyadi@seafast.org

Integral tertutup

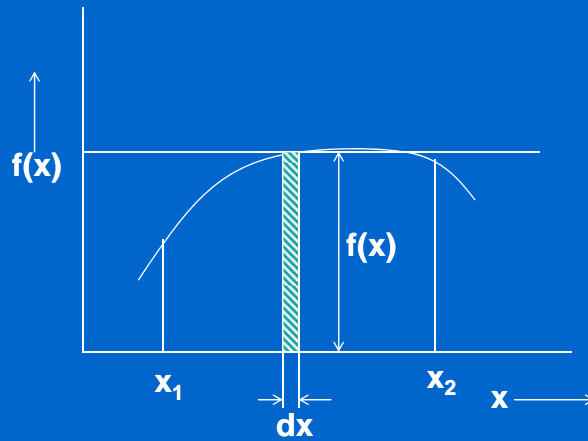
$$y = \int_2^3 3x^2 dx$$

$$y = \int_2^3 3x^2 dx = \frac{3}{2+1} x^{2+1} \Big|_2^3$$

$$= x^3 \Big|_2^3 = 3^3 - 2^3 = 27 - 8 = 19$$

Purwiyatno Hariyadi/hariyadi@seafast.org

INTEGRAL TERTUTUP :  
mengukur luas daerah di bawah kurva, diantara  $x_1$  dan  $x_2$



Purwiyatno Hariyadi/hariyadi@seafast.org

Beberapa Rumus Geometri penting

Lingkaran

$$A = (\pi D^2)/4 = \pi r^2$$

$$C = \pi D = 2\pi r$$

Bola

$$A = \pi D^2$$

$$V = (4/3)\pi r^3 = (\pi D^3)/6$$

Silinder

$$A = 2\pi r h = \pi D h$$

$$V = \pi r^2 h$$

Purwiyatno Hariyadi/hariyadi@seafast.org